

Mathematische Strukturen

Die Hausaufgaben zu diesem Übungsblatt müssen bis spätestens Dienstag, den 12. Mai 2015 um 12:00 Uhr abgegeben werden. Bitte werfen Sie Ihre Abgabe in den mit *Mathematische Strukturen* beschrifteten Briefkasten neben Raum LF259. Bitte schreiben Sie auf Ihre Abgabe *deutlich* Ihren Namen, Ihre Matrikelnummer, die Gruppennummer und die Vorlesung ("Mathematische Strukturen"). Wenn Sie als Zweier-Gruppe abgeben, geben Sie bitte Ihre Lösung nur einmal ab und schreiben Sie beide Namen, Matrikelnummern und die Gruppennummer auf diese Lösung.

Aufgabe 10 *Differenzierbarkeit* (6 Punkte)

Untersuchen Sie die folgenden Funktionen auf Differenzierbarkeit an der Stelle $x_0 = 0$. Benutzen Sie dafür nur die Definition der Differenzierbarkeit (*keine Ableitungsregeln!*). Wenn eine Funktion differenzierbar in x_0 ist, berechnen Sie den zugehörigen Grenzwert. Anderenfalls begründen Sie, warum dieser Grenzwert nicht existieren kann.

(a) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = |x|$ (2p)

(b) $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad g(x) = 3x - 1$ (2p)

(c) $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad h(x) = \begin{cases} 1, & \text{falls } x > 0 \\ 0, & \text{falls } x = 0 \\ -1, & \text{falls } x < 0 \end{cases}$ (2p)

Aufgabe 11 *Ableitungsregeln I* (6 Punkte)

Es sei $e \in \mathbb{R}$ die Eulersche Zahl und folgende differenzierbare Funktionen gegeben:

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = 2x^2 + 3 \qquad g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad g(x) = e^{4x+2}$$

Berechnen Sie die folgenden Ableitungen unter Verwendung der Ableitungsregeln.

(a) $f'(x)$ und $f''(x)$ (1p) (d) $(f \cdot g)'(x)$ (1p)

(b) $g'(x)$ und $g''(x)$ (1p) (e) $(f \circ g)'(x)$ (1p)

(c) $(f + g)'(x)$ (1p) (f) $(g \circ f)'(x)$ (1p)

Vereinfachen Sie Ihr Ergebnis soweit wie möglich und geben Sie die verwendete(n) Regel(n) sowie die Zwischenschritte Ihrer Berechnungen an.

Aufgabe 12 *Ableitungsregeln II*

(8 Punkte)

Es sei $c \in \mathbb{N}$ eine beliebige natürliche Zahl ($c \neq 0$) und $e \in \mathbb{R}$ die Eulersche Zahl. Berechnen Sie die erste Ableitung der folgenden, differenzierbaren Funktionen unter Verwendung der Ableitungsregeln. Geben Sie stets die verwendete(n) Regel(n) und die Zwischenschritte Ihrer Berechnungen an. Vereinfachen Sie Ihr Ergebnis soweit wie möglich.

(a) $f_1: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f_1(x) = x^7 + 2x^5 + 3x$ (1 p)

(b) $f_2: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f_2(x) = cx^6 + 3x^4 - 7x^3 + c$ (1 p)

(c) $f_3: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f_3(x) = 4x^8 + 7x^5 + 2c^2 - 4x$ (1 p)

(d) $f_4: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f_4(x) = e^x - 3x^9$ (1 p)

(e) $f_5: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f_5(x) = \cos(x) \cdot e^x$ (1 p)

(f) $f_6: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f_6(x) = \cos(c) \cdot e^x$ (1 p)

(g) $f_7: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f_7(x) = \sin(-x^3 + 2x^2 + 17x - 9)$ (1 p)

(h) $f_8: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f_8(x) = \frac{3 - x^5}{x^2 + 1}$ (1 p)

(Insgesamt werden für diese Übungsaufgaben **20** Punkte vergeben.)